

NOUVELLE APPROCHES POUR LE CALCUL DES
AILES SUBSONIQUES DE GRAND ALLONGEMENT

Ion Paraschivoiu

RESUMÉ

Le calcul des ailes subsoniques en régime incompressible a fait l'objet de nombreuses analyses théoriques, dont la plupart considère la distribution elliptique de la circulation au long de l'envergure. Une formule qui généralise la distribution de la circulation seulement sur les ailes rectangulaires de grands allongements a été proposée récemment par Sato [1].

Dans cet article on considère l'écoulement à l'arrière de l'aile, dans un plan Trefftz et avec une distribution de type série Fourier pour la circulation, on calcule une aile équivalente à l'aile réelle; on obtient finalement la portance et la traînée induite en fonction que de coefficients de forme; les expressions obtenues sont vérifiées pour le cas particulier d'une distribution elliptique de la circulation.

NOMENCLATURE ET SYMBOLS

- a = β_2/μ_0 paramètre de la fonction Gamma
- A_n = coefficients de Fourier pour la circulation Γ
- R = allongement de l'aile
- $\bar{A}_1 = A_1/\alpha$
- b = envergure de l'aile
- b' = distance entre les axes des tourbillons libres au bord de fuite
- B_n = coefficients définis dans l'annexe (A-2)
- \bar{B} = expression définie dans l'annexe (A-5)
- c = corde du profil en une section quelconque de l'aile
- c_0 = corde du profil dans la section centrale de l'aile
- C_{D_i} = coefficient de traînée induite
- C_L = coefficient de portance

- C_1 = coefficient définit dans l'annexe (A-3)
 dE/dx = énergie cinétique rapportée à l'unité de longueur
 dJ/dx = moment transversal rapporté à l'unité de longueur
 D_i = traînée induite
 $F(\theta)$ = fonction du contour équivalent
 G = fonction Gamma
 k = coefficient de réduction de la circulation théorique par rapport à celle expérimentale
 L = portance
 m = paramètre de la fonction Gamma et indice des coefficients de forme
 n = indice des coefficients de Fourier; $n = 2p + 1$ pour les ailes symétriques
 p = paramètre de la fonction Gamma
 S = surface de l'aile projetée sur le plan horizontal
 U_∞ = vitesse du courant non perturbé
 w, w' = vitesses verticales induites
 y = variable définie par l'équation (4)
 β_o, β_{2m} = coefficients de forme
 Γ, Γ_o = circulation des vitesses
 δ = angle de déflexion du courant à l'infini aval
 η = variable définie par l'équation (5)
 ε = grandeur petite et positive
 ϕ = potentiel des vitesses
 $\kappa = \sum_{n=2}^{\infty} n A_n^2 / A_1^2$
 $\mu = kc/2b = \mu_o c/c_o$
 $\nu = (\beta_o - \mu_o) / 2\mu_o$ paramètre de la fonction Gamma
 ψ = variable définie par l'équation (5)
 ρ_∞ = masse spécifique de l'air
 θ = variable définie par l'équation (4)

1. INTRODUCTION

La théorie de l'aile d'envergure finie élaborée par Prandtl [2] en considérant la distribution de la circulation des vitesses au long de l'envergure a conduit à l'équation bien connue:

$$\Gamma = k c U_{\infty} \left(\alpha - \frac{w}{U_{\infty}} \right), \quad (1)$$

Cette formule a constitué une préoccupation intense de la part de plusieurs auteurs [1], [3-10]. Dans tous les cas on emploie, des méthodes approximatives qui remplacent l'écoulement tridimensionnel autour de l'aile par un écoulement plan, dont la précision dépend d'extrémités de l'aile et de sa forme en plan, de profils de chaque section et surtout de l'allongement de l'aile. Les méthodes de la théorie linéaire s'appliquent avec des bons résultats pour le calcul des ailes de grands allongements en négligeant la séparation du courant autour de chaque bord d'attaque. En considérant ce phénomène, la théorie linéaire a été modifiée par certains auteurs parmi lesquels on va citer Multhopp [11] et Polhamus [12], qui ont élargit l'application aux différentes formes d'ailes et pour aussi des allongements assez petits.

La plupart des études sur les ailes à grands allongements considèrent des cas particuliers, soit pour la distribution de la circulation presque toujours elliptique [3-5], soit pour des formes en plan des ailes rectangulaires ou triangulaires; récemment Sato [1] a réussi à généraliser la distribution de la circulation mais seulement pour les ailes rectangulaires de grands allongements.

En considérant la forme en plan de l'aile connue et en tenant compte de tourbillons libres dans un plan de Trefftz on peut calculer la portance et la traînée induite pour n'importe quelle forme d'aile et pour une gamme d'allongements assez grande par une méthode approximative mais avec des bons résultats, surtout pour les ailes à bords d'attaques arrondis [13-15]. Le calcul de la portance maximale nous permet d'estimer aussi le comportement de chaque aile au régime de décollage et d'atterrissage. La présente méthode représente une extension de la théorie linéaire aux ailes d'une forme en plan arbitraire, ayant les bords d'attaques arrondis et son application est considérable surtout pour les ailes à incidence variable au long de l'envergure.

2. CONVERGENCE DE LA METHODE DE CALCUL

La vitesse verticale induite par la couche tourbillonnaire qui remplace l'aile est donnée par la relation:

$$w = \frac{1}{4\pi} \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{d\Gamma}{dy} \frac{dy}{\eta-y} \quad (2)$$

Considérons maintenant la distribution de la circulation Γ autour d'une aile d'envergure finie par une série de Fourier donnée par Glauert [7]:

$$\Gamma = 2bU_{\infty} \sum_1^n A_n \sin n\theta \quad (3)$$

où θ est définie par l'expression

$$y = -\frac{b}{2} \cos \theta \quad (4)$$

et

$$\eta = -\frac{b}{2} \cos \psi \quad (5)$$

Alors, la vitesse induite w devient, à l'aide des équations (3), (4) et (5) remplacées en (2):

$$w = U_{\infty} \sum_1^n n A_n \frac{\sin n \psi}{\sin \psi} \quad (6)$$

L'équation de Prandtl (1) peut être exprimée en fonction de la nouvelle variable θ si on remplace w par sa valeur (6) en posant au lieu de ψ la variable θ et on a:

$$\sin \theta \sum_1^n A_n \sin n\theta + \mu \sum_1^n n A_n \sin n\theta = \mu \alpha \sin \theta \quad (7)$$

La résolution de l'équation (7) donne des bons résultats par une méthode approximative ayant cependant un caractère général, pour n'importe quelle forme en plan de l'aile.

Ainsi on représente $\frac{c_0}{c} \sin \theta$ qui est symétrique par rapport au $\pi/2$, par un polynôme trigonométrique finit:

$$(c_0/c) \sin \theta = F(\theta) = \beta_0 + 2 \sum_1^m \beta_{2m} \cos 2m\theta \quad (8)$$

L'équation (7) prend la forme suivante:

$$\mu_0 \sum_1^n n A_n \sin n\theta + F(\theta) \sum_1^n A_n \sin n\theta = \mu_0 \alpha \sin \theta . \quad (9)$$

Dans l'hypothèse d'une incidence géométrique $\alpha = \text{constante}$ au long de toute l'envergure, l'équation (9) devient homogène à coefficients variables qui peut être réduite à une autre équation de l'ordre $2m$:

$$(n \mu_0 + \beta_0) A_n + \beta_2 (A_{n-2} + A_{n+2}) + \beta_{2m} (A_{n-2m} + A_{n+2m}) = 0 \quad (10)$$

qui peut être simplifiée comme:

$$(n \mu_0 + \beta_0) A_n + \beta_2 (A_{n-2} + A_{n+2}) = 0 . \quad (11)$$

La solution de l'équation (11) est donnée par l'intégrale de Laplace sous la forme:

$$A_n = \int_p^q t^{n-1} f(t) dt , \quad (12)$$

Pour les ailes symétriques, la circulation est la même pour θ et $\pi - \theta$, donc les termes sont impaires $n = 2p + 1$ et l'intégrale de Laplace peut être exprimée par une série convergente sous la form:

$$A_{2p+1} = \frac{C}{(-2a^p)G(p+\nu+1)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(4a^2)^m m! (p+\nu+1) \dots (p+\nu+m)} . \quad (13)$$

La constante C peut être calculée par l'équation non homogène:

$$(\mu_0 + \beta_0) A_1 + \beta_2 (A_3 - A_1) = \mu_0 \alpha . \quad (14)$$

La relation (13) montre que les coefficients A_n de la circulation convergent rapidement et donc il y a la possibilité de limiter leur nombre à 3 ou 4 en fonction de la complexité de la forme de l'aile. Ainsi pour les ailes rectangulaires, trapézoïdales et delta, on prend $m = 3$,

3. ECOULEMENT DANS LE PLAN DE TREFFTZ

On considère qu'à l'infini aval, le système tourbillonnaire reste dans une couche plane et stable. L'énergie totale rapportée à l'unité de la corde, représente l'énergie cinétique et l'énergie due aux forces de pression. Si par contre, on considère un déséquilibre de la couche tourbillonnaire qui prend naissance à l'arrière de l'aile en donnant deux cornets tourbillonnaires en aval de l'écoulement, le système tourbillonnaire se trouve dans un plan qui fait l'angle δ avec la vitesse du courant U_∞ . Cet angle sera déterminé par l'expression:

$$\sin \delta = w'/U_{\infty} . \quad (15)$$

Alors les caractéristiques, comme la portance L et la traînée induite D_i peuvent être calculée avec les relations [1], [3]:

$$L = \frac{dJ}{dx} U_{\infty} - D_i \tan \delta \quad (16)$$

$$D_i = \frac{dE}{dx} \cos \delta . \quad (17)$$

A une distance assez grande à l'arrière de l'aile, on néglige la vitesse U_{∞} , qui correspond à la réalité quand l'aile se déplace dans un courant en repos.

Soit w' la vitesse verticale induite par la couche tourbillonnaire et dirigée dans le sens négatif de l'axe Oz ; sa valeur est supposée le double de la vitesse w donnée par la formule (6) parce que les tourbillons ne sont pas limités en amont et aussi en aval, donc $w' = 2w$. La trace BA de la couche tourbillonnaire dans le plan yOz de la Figure 1 est une ligne de discontinuité pour la composante de la vitesse v' au long de l'envergure.

Considérons deux points P_1 et P_2 sur la partie inférieure et sur la partie supérieure de la couche tourbillonnaire, respectivement, avec les deux vitesses égales en valeur absolue, $|v'_{P_1}| = |v'_{P_2}|$. L'intensité tourbillonnaire pour une tranche dy rapportée à l'unité de longueur sera:

$$|\gamma| dy = v'dy - \varepsilon w' + v'dy + \varepsilon w' = 2 w'dy \quad (18)$$

où par définition,

$$|\gamma| = - \frac{d\Gamma}{dy} = 2v' . \quad (19)$$

L'écoulement autour d'une couche plane tourbillonnaire est un mouvement plan irrotationnel qui peut être représenté par un potentiel de vitesse ϕ , ainsi

$$v' = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad w' = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (20)$$

$\partial \phi / \partial y$ subie une discontinuité pour traverser la ligne BA :

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_z = - \frac{\varepsilon}{2} = v', \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_z = + \frac{\varepsilon}{2} = v' \quad (21)$$

Soit K un contour ayant les extrémités en P_1 et P_2 et qui entoure toutes les couches tourbillonnaires du y jusqu'en A ; la circulation sur K est égale avec Γ parce que l'intensité de toutes les couches a une valeur totale égale à l'intensité qui correspond à la circulation totale Γ autour de l'aile

dans la section y,

$$\Gamma = \int_K v' dy + w' dz = \int_K \frac{\partial \phi}{\partial y} dy + \int_K \frac{\partial \phi}{\partial z} dz = \phi_2 - \phi_1 . \quad (22)$$

Le potentiel des vitesses est une fonction multiforme pour n'importe quel contour qui traverse la ligne BA, tandis que pour le contour qui encercle toute la couche tourbillonnaire BAφ, le potentiel est une fonction uniforme et la circulation autour de celui-ci est nulle.

L'angle de déflexion du courant à l'infini aval δ peut être déterminé dans l'hypothèse que la portance est due à la circulation Γ₀ de la section médiane (φ = π/2), qui est supposée constante sur une envergure b représentant la distance entre les axes des tourbillons libres à l'arrière de l'aile, et que la portance due au moment transversal est égale à celle due à la circulation Γ₀ sur b. La circulation dans la section médiane de l'aile devient pour les ailes symétriques en appliquant la formule (3):

$$\Gamma_0 = 2 b U_\infty \sum_{p=0}^n (-1)^{2p+1} A_{2p+1} = 2 b U_\infty C_1 A_1 \quad (23)$$

avec C₁ défini dans l'annexe (A-3) en fonction de coefficients de forme. Dans l'hypothèse ci-dessus, on a donc une expression modifiée par rapport à celles admises avant [1], [3] qui dépend de coefficients de forme en plan de l'aile par l'intermédiaire de C₁,

$$b' = \frac{\pi}{4} \frac{1}{C_1} b \quad (24)$$

et le moment transversal rapporté à l'unité de l'envergure a comme expression:

$$\frac{dJ_z}{dx} = \rho_\infty \int_{-b/2}^{+b/2} y |\gamma| dy = \frac{b'}{b} \rho_\infty b \Gamma_0 \simeq \frac{1}{2} \rho_\infty b^2 U_\infty^2 \pi A_1 . \quad (25)$$

L'énergie cinétique du courant rapportée à l'unité de longueur dans le plan de Trefftz est donnée par la formule suivante:

$$\frac{dE}{dx} = - \frac{1}{2} \rho_\infty \int_{\widehat{BAB}} \phi \frac{\partial \phi}{\partial z} dy = \frac{1}{2} \rho_\infty \int_{-b/2}^{+b/2} w' \Gamma(y) dy = \rho_\infty \int_{-b/2}^{+b/2} w \Gamma(y) dy \quad (26)$$

qui à l'aide des relations (3) et (6) peut s'écrire:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dx} &= \rho_{\infty} b^2 U_{\infty}^2 \int_0^{\pi} \left(\sum_{n=1}^n n A_n \sin n\theta \right) \left(\sum_{n=1}^n A_n \sin n\theta \right) d\theta \\ &= \frac{1}{2} \rho_{\infty} b^2 U_{\infty}^2 \pi A_1^2 \sum_{n=1}^n \frac{n A_n^2}{A_1} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} b^2 U_{\infty}^2 (1 + \kappa) \pi A_1^2 \quad (28)$$

$$\text{où } A_1^2 (1 + \kappa) = \sum_{n=1}^n n A_n^2 .$$

Pour l'angle de déflexion du courant δ , la formule (15) devient avec (23) et (24):

$$\sin \delta = 4 C_1^2 A_1 / \pi^2 \quad (29)$$

3. PORTANCE ET RESISTANCE INDUITE

La force portante sur l'aile est calculée en utilisant la formule (16) dans laquelle on remplace les expressions du moment transversal (25), de l'énergie cinétique (28) et l'angle de déflexion du courant δ (29).

Finalement on a la portance:

$$L = \frac{1}{2} \rho_{\infty} b^2 U_{\infty}^2 \pi A_1 \left[1 - \frac{4}{\pi} (1+\kappa) C_1^2 A_1^2 \right] \quad (30)$$

et son coefficient,

$$\begin{aligned} C_L &= \frac{L}{(1/2) \rho_{\infty} U_{\infty}^2 S} \pi R A_1 \left[1 - \frac{4}{\pi} (1+\kappa) C_1^2 A_1^2 \right] \\ &= \pi R \bar{A}_1 \alpha \left[1 - \frac{4}{\pi} (1+\kappa) C_1^2 A_1^2 \alpha^2 \right] . \end{aligned} \quad (31)$$

En introduisant les expressions (28) et (29), la traînée due à la portance se calcule avec la formule (17):

$$D_i = (1/2) \rho_{\infty} b^2 U_{\infty}^2 (1+\kappa) \pi A_1^2 \left[1 - \left(\frac{4}{\pi} C_1^2 A_1^2 \right)^2 \right]^{1/2} . \quad (32)$$

Le coefficient de la traînée induite s'écrit:

$$\begin{aligned}
 C_{D_i} &= \frac{D_i}{1/2 \rho_\infty U_\infty^2 S} = \pi AR (1+\kappa) A_1^2 \left(1 - \frac{16}{\pi} C_{1A_1}^4 \alpha^2 \right)^{1/2} \\
 &= \pi AR (1+\kappa) \bar{A}_1^2 \alpha^2 \left(1 - \frac{16}{\pi} C_{1\bar{A}_1}^4 \alpha^2 \right)^{1/2}. \quad (33)
 \end{aligned}$$

La finesse aérodynamique de l'aile sera donc donnée par le rapport:

$$\frac{C_L}{C_{D_i}} = \frac{\pi^2 - 4(1+\kappa) C_{1A_1}^2 \alpha^2}{(1+\kappa) A_1 (\pi^4 - 16 C_{1A_1}^4 \alpha^2)^{1/2}} = \frac{\pi^2 - 4(1+\kappa) C_{1\bar{A}_1}^2 \alpha^2}{(1+\kappa) (\pi^4 - 16 C_{1\bar{A}_1}^4 \alpha^2)^{1/2} \bar{A}_1 \alpha}. \quad (34)$$

Pour le cas d'une distribution elliptique de la circulation l'expression (3) ne contient que le terme en A_1 les autres étant nuls et donc les coefficients aérodynamiques sont obtenus en faisant $C_1 = 1$ et $\kappa \simeq 0$. Dans ce cas on retrouve, par exemple, la portance maximale $(C_L/AR)_{\max} = \pi^2 \sqrt{3}/9$, résultat calculé par d'autres auteurs [1], [3].

5. CONCLUSION

La différence principale entre l'approche présentée et la solution classique de la théorie de la ligne portante est la façon de déterminer les coefficients de la circulation, A_1, \dots, A_n , en fonction des coefficients de la forme en plan de l'aile équivalente. La nouvelle méthode utilise une représentation analytique de la forme en plan de l'aile et évite ainsi de déterminer les coefficients de Fourier par la méthode de collocation. Les expressions de A_n montre une dépendance que de la forme en plan de l'aile calculée (ou équivalente).

D'après l'analyse présentée dans cet article, sur l'influence de la forme de l'aile dans l'aspect des caractéristiques aérodynamiques, on remarque qu'une modification de la méthode linéaire de type Prandtl-Glauert nous permet d'introduire une correction sur les coefficients aérodynamiques. Le procédé employé représente une solution approximative pour les ailes d'allongement $AR > 3.0$ ayant une forme arbitraire en plan. Pour trouver les meilleurs coefficients de forme $\beta_o, 2\beta_{2m}$ il faut considérer une optimisation numérique en prenant une gamme assez large de plusieurs sections (donc plusieurs groupes de valeurs de θ) et de comparer les contours équivalents avec l'aile réelle.

Les expressions trouvées pour les coefficients de la portance et de la traînée induite sont vérifiées dans le cas particulier d'une aile elliptique dont la portance maximum est $(C_L/AR)_{\max} = 1.899$.

En général, les ailes de grand allongement sont utilisées dans la construction des éoliennes à axe vertical dont les pales ont la section d'un profil symétrique de type NACA 00XX avec une corde constante au long de la pale. Cependant des études récentes [16] ont démontré les avantages d'une nouvelle génération des turbines à axe vertical ayant la pale construite en plusieurs segments de longueur différents de la corde et même de section avec différentes sortes des profils. L'utilisation d'une corde continuellement variable peut contribuer aussi à l'optimisation aérodynamique du rotor. Ainsi la pale linéairement variable (17) ayant la corde à l'équateur 1/3 de la corde à l'encastrement de la pale donne un coefficient de puissance maximum de 4,4% supérieur par rapport à un rotor ayant une corde constante avec une solidité de 0,25.

ANNEXE

Pour les ailes symétriques ayant une forme arbitraire en plan, le contour peut être représenté par un contour équivalent à 4 termes donnés par l'équation (8) et les résultats sont satisfaisants comme on peut voir dans les références [13-15].

Dans ce cas l'équation (10) qui exprime la corrélation entre les coefficients de forme β_0, β_{2m} et ceux de la circulation A_n conduit au système suivant:

$$\left. \begin{aligned} \left[B_1 - \beta_2 - \frac{B_{24}^2}{B_3} + \frac{B_{46}}{B_3} \left(\beta_6 - \frac{B_{26}^*}{B_5} \right) - \frac{\beta_6^2}{B_7} \right] A_1 &= (B_1 - \beta_0) \alpha \\ \left[B_3 - \beta_6 - \frac{\beta_2}{B_5} \left(\beta_2 - \frac{B_{24}^*}{B_7} \right) - \frac{\beta_4^2}{B_7} - \frac{\beta_6^2}{B_9} \right] A_3 + \left(B_{24} - \beta_2 \frac{B_{46}}{B_5} \right) A_1 &= 0 \\ \left(B_5 - \frac{\beta_2^2}{B_7} - \frac{\beta_4^2}{B_9} - \frac{\beta_6^2}{B_{11}} \right) A_5 + \left(\beta_2 - \frac{B_{24}^*}{B_7} \right) A_3 + \left(B_{46} - \frac{B_{26}}{B_7} \right) A_1 &= 0 \\ \left(B_7 - \frac{\beta_2^2}{B_9} - \frac{\beta_4^2}{B_{11}} - \frac{\beta_6^2}{B_{13}} \right) A_7 + \left(\beta_2 - \frac{B_{24}^*}{B_9} \right) A_5 + \left(\beta_4 - \frac{B_{26}^*}{B_9} \right) A_3 + \beta_6 A_1 &= 0 \end{aligned} \right\} (A-1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{où } B_n &= n\mu_0 + \beta_0 \text{ avec } n = 2p + 1 \\ & \quad p = 0, 1, 2, \dots, 7 \\ \text{et } B_{24} &= \beta_2 - \beta_4, \quad B_{26} = \beta_2 - \beta_6 \\ B_{24}^* &= \beta_2\beta_4, \quad B_{26}^* = \beta_2\beta_6 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-2})$$

Avec les notations ci-dessus la constante C_1 peut s'écrire, en fonction de coefficients de forme β_0 et β_{2m} , ainsi

$$C_1 = 1 + \frac{B_{24}}{B_3} \left(1 + \frac{\beta_2}{B_5} + \frac{\beta_2^2}{B_5 B_7} - \frac{\beta_4}{B_7} \right) - \frac{\beta_4}{B_5} - \frac{B_{24}^*}{B_5 B_7} \quad (\text{A-3})$$

et d'autre part pour les ailes symétriques:

$$\kappa = \sum_{n=2}^n n \frac{A_n^2}{A_1^2} = 3 B^2 + 5 \frac{\beta_2^2}{B_5^2} \left(B - \frac{B_{46} B_7 - B_{26}^*}{\beta_2 \beta_7} \right)^2 \quad (\text{A-4})$$

où

$$B = \frac{B_{24} B_5 - B_{24}^* + B_{26}}{B_3 B_5 - \beta_6 B_5 - \beta_2^2} \quad (\text{A-5})$$

REFERENCES

- [1] Sato, M., "Effects of spanwise circulation distribution on a limit of circulatory lift on wings with finite span," Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci. Vol. 20, No. 49, 1977, pp. 125-137.
- [2] Prandtl, L., *Tragflügeltheorie, I Mitteilung, Nachrichten der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften Zu Göttingen, Math. - Phys. Klasse*, 1918.
- [3] Helmbold, H. B. "Limitations of circulation lift," J. Aero. Sci., Vol. 24, No. 3, March 1957, pp. 237-238.
- [4] Hancock, G. J., "On the rolling up of a trailing vortex sheet," Aero. J. RAS, Vol. 74, 1970, pp. 749-752.
- [5] Preiter, J. R. et al., "The rolling up of the trailing vortex sheet and its effect on the downwash behind wings," J. Aero Sci., Vol. 18, No. 1, Jan. 1951, pp. 21-32.
- [6] Carafoli, E., *High-Speed Aerodynamics*, Ed. Tech., Bucharest, 1956.

- [7] Glauert, H., *The Elements of Aerofoil and Airscrew Theory*, Cambridge, University Press, London 1930.
 - [8] De Young, J. and Harner, C. W., "Theoretical symmetric span loading at subsonic speeds for wings having arbitrary planform," N.A.C.A. Report 921, 1948.
 - [9] Diederich, W. F., "A plan-form parameter for correlating certain Aerodynamic characteristics of swept wings," N.A.C.A. Tech. Note 2335, 1951.
 - [10] Lamar, J. E., "A modified Multhopp Approach for predicting lifting pressures and Camber shape for composite plan forms in subsonic flow," NASA TN: D-4427, 1968.
 - [11] Multhopp, H., "Methods for calculating the lift distribution of wings," Report and Memoranda 2884, January 1950.
 - [12] Polhamus, E. C., "A concept of the vortex lift on sharp-edge delta wings based on a leading-edge-suction analogy," NASA TN: D-3467, 1968.
 - [13] Paraschivoiu, I., "The study of delta wings with variable-geometry," Ph.D. Thesis, Polytechnic Institute of Bucharest, 1974.
 - [14] Carafoli, E. and Paraschivoiu, I., "The aerodynamic characteristics of some variable-geometry wing forms, derived from Delta, Gothics and Mil-Ogee wings," *Revue Roumaine de Sci. Tech. Serie Méca. - Appl.* Tome 18, No. 5, 1973, pp. 789-812.
 - [15] Paraschivoiu, I. et al, "Pressure distribution on a symmetrical butterfly wing," *Journal of Aircraft*, Vol. 15, No. 7, July 1978, pp. 444-446.
 - [16] Kadlec, E. G., "The potential of advanced Darriens wind turbines," *Proceedings of the American Solar Energy Society Annual Meeting, Sixth Biennial Wind Energy Conference, Minneapolis, Minn., June 1-3, 1983.*
 - [17] Douglas, R. M., and Holm D., "Aerodynamic performance of tapered blades for vertical axis wind turbines," *Wind Engineering*, Vol. 6, No. 2, 1982, pp. 62-67.
-

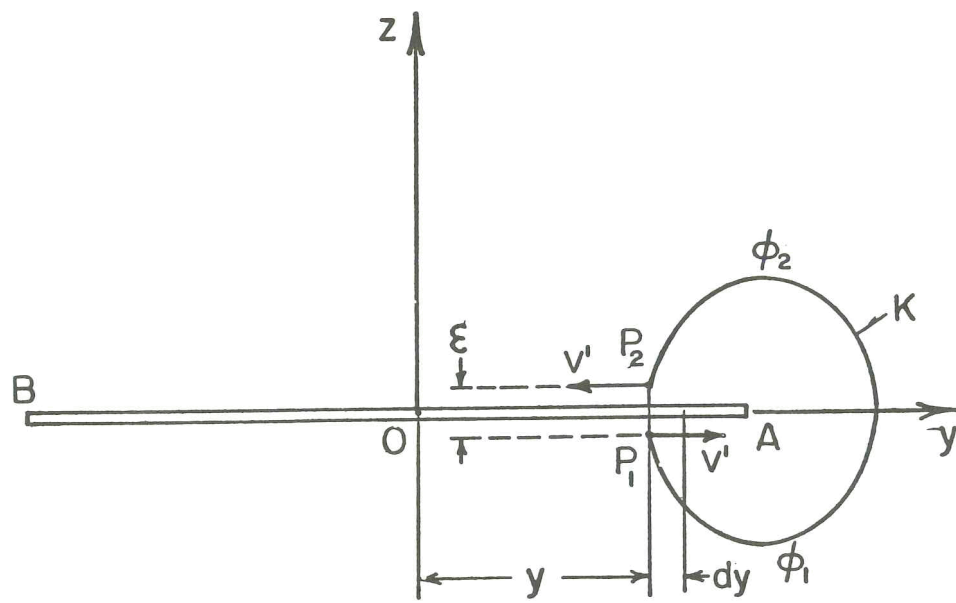


Figure 1 : Ecoulement dans le plan de Trefftz

