

## In Memoriam

### Nicolae Cioranescu

Among the Romanian analysts who have been active during several decades of the past Century, Nicolae Cioranescu occupies a prominent position. He graduated from Bucharest University in 1925, where he has been influenced by some of the great masters of Romanian Mathematics, such as Dimitrie Pompeiu, Gheorghe Tzitzeica, Traian Lalescu and Octav Onicescu.

In 1927 he obtains a fellowship to continue his studies at Sorbonne, where he had as professors some of the most famous mathematicians of the past Century: E. Goursat, A. Denjoy, E. Picard, E. Borel, J. Hadamard and Paul Montel (who has been his thesis supervisor). Nicolae Cioranescu is also in contact with other figures of Paris mathematical community, such as G. Bouligand or H. Villat. The later has exerted a strong influence on Nicolae Cioranescu, who has dedicated part of his research work to problems in Mechanics.

After obtaining his Ph. D. degree at Sorbonne in 1929, Nicolae Cioranescu returns to Bucharest. He is appointed on a position of Associate Professor with the University "Politechnica", and after several intermediate positions, he becomes the Chair of the Mathematical Analysis Department of the same school. He will be associated with this position until 1957 - the year of his premature death.

Nicolae Cioranescu has published more than 120 research papers, which have been inserted in periodical of high standards: Comptes Rendus de l'Academie des Sciences de Paris, Bulletin des Sciences Mathématiques, Mathematische Zeitschrift, L'Enseignement Mathématique, Rendiconti della Reale Accademia Nazionale dei Lincei, and in most Romanian mathematical journals published in the period 1929–1957.

N. Cioranescu has authored a monograph (1938), entitled "The Equations of Analytical Mechanics", published in the collection "Scientific Monographs". The preface to this concise but in depth treatment of the Lagrange Mechanics is signed by G. Tzitzeica. Tensor Calculus and Variational Calculus are some of the basic ingredients appearing in the monograph.

Some interests in Mathematical Statistics have been also present in his research activity.

The following main orientations can be distinguished in the publications of Nicolae Cioranescu:

I. Differential Equations (both ordinary and partial). In this field, he has published the majority of his contributions. He is credited with the introduction of "adjoint system with parameters", a concept which has been used in the investigation of some basic problems related to second order partial differential equations. He has brought numerous contributions to various problems, known as Cauchy problem, Riemann problem, Darboux problem a. o. In the theory of ordinary differential equations, Nicolae Cioranescu investigated very general types of initial conditions (for  $n$ -th order equations). He also obtains interesting results in relationship with some classes of Volterra integral equations, generated by problems in the theory of differential equations.

II. Complex variables and related topics. Nicolae Cioranescu has dedicated about 20 papers to various problems concerning analytic functions, including cases in which several independent variable (complex or real) are involved. Among others results, Nicolae Cioranescu obtains a remarkable representation for analytic functions of two real variables, the power series possessing harmonic functions as coefficients. The results obtained for analytic functions in several variables are then used to obtain representations for solutions of some partial differential equations.

III. Mechanics. The Ph. D. thesis presented by Nicolae Cioranescu at Sorbonne dealt with problems generated by Mechanics. Fluid Dynamics, Elasticity and other topics, such as ballistic motion, have made the object of his research. The monograph mentioned above keeps a high degree of freshness and originality.

IV. Mathematical Education. Nicolae Cioranescu, in many cases seconded by some brilliant coworkers, has been the author of an impressive number of papers with educational content (textbooks, Collections of problems, articles debating various educational aspects of teaching of Mathematics at different levels). The author had an exposure to one of the high - school textbooks authored by Nicolae Cioranescu. It was an Algebra textbook, which included the fundamentals of Calculus (according to the syllabus of that time). It is the first source, that allowed me to become familiar with the concept of real number, that of limit (Cauchy), and other basic concepts of Mathematical Analysis in a format not generally available for high - school students.

V. Papers in "Gazeta Matematica", in most cases dedicated to popularization of Mathematics.

The Romanian Academy, which did not count Nicolae Cioranescu among its members (likely, because he was an active member of the National Peasant Party - an organization considered "bourgeois" by the communist regime), has published his "Opera Mathematica", at the suggestion of his colleagues Tiberiu Popoviciu, Nicolae Teodorescu, Caius Iacob and others. In the preface to the volume (Ed. Academiei, Bucharest, 1975), Tiberiu Popoviciu welcomes the publication of Nicolae Cioranescu's works, which contains "a series of mathematical contributions, extremely precious, which will serve as a source of inspiration for the current and future generation of researchers".

Nicolae Cioranescu was a member of a family who counted among its members several distinguished intellectuals. His brother Alexandru C., a renowned specialist in Philology and accomplished author of literary works, was a Honorary Member of the Romanian Academy. His daughter Ioana C., followed in her father's footsteps, and was a mathematician in her own rights. She occupied various academic positions in Romania, Germany, Chile and the United States of America (Universidad de Puerto Rico). She passed away prematurely in 2002 in Rio Piedras, Puerto Rico.

**Note.** This article has been compiled by the Editor, using Nicolae Cioranescu's "Opera Matematica", Academy Publ. House, Bucharest, 1975.

## N. CIORĂNESCU'S MATHEMATICAL WORK \*

Nicolae Ciorănescu's mathematical work was mainly developed during the 3rd and 4th decades of the twentieth century. The research results obtained by the end of XIX century and the beginning of XX century gave a solid background to the new directions of the modern mathematics. In the main lines, just then were completed the important researches in the "classical" Analysis, Algebra and Geometry. Numerous new and important chapters of mathematics emerged afterwards, partially under the challenge of requirements for applications of mathematics in other domains of activity. It would suffice to mention that – just during that period – the foundations of Functional Analysis and General Analysis were laid.

Under this influence of the general advance in mathematics, transmitted through (and by) distinguished professors like Gh. Țițeica, Dimitrie Pompeiu, Traian Lalescu and others, a whole generation of young Romanian mathematicians emerged, all of them having enthusiastically and much successfully fed various modern chapters of mathematical sciences. Among them, Nicolae Ciorănescu was a distinguished example. At the same time, his subsequent development cannot be separated from the influence of *Gazeta Matematică* (*The Mathematical Gazette*) whose importance in finding and selecting the forthcoming Romanian mathematicians should not be underestimated. Certainly, N. Ciorănescu's mathematical activity also continued after the 40's until his much premature end.

It is not here the place, in this Preface, to undertake a rather thorough analysis of the mathematical work left to us by N. Ciorănescu. His articles, especially those in classical and modern Mathematical Analysis, are well-known. After taking his Ph.D. degree in Paris, presenting a brilliant thesis that reveals his absolutely exceptional aptitudes, he publishes a series of important and inspired articles containing a lot of deep ideas. This thoroughness of his mathematical thinking is matched by the elegance of the exposition that can be taken as a model.

The decision of the Romanian Academy to publish N. Ciorănescu's mathematical heritage is welcome because a body of exquisitely valuable mathematical writings are thus taken together, on one hand, and since a series of articles and memoirs thus become available to the present and future researchers as still vigorous sources of inspiration, on the other hand.

The papers included in this volume raise many beautiful and important problems that require to be completed and further developed.

*Cluj, April 6, 1974*

\* Preface by TIBERIU POPOVICIU

## La vie et l'œuvre mathématique de NICOLAE CIORĂNESCU<sup>1</sup>

Nicolae Ciorănescu est né à Bucarest le 28 mars 1903. Ses ont été parents Ion Ciorănescu de Râul Alb, Dâmbovița, et Ecaterina Ciorănescu, instituteurs à Moroeni et ensuite à Bucarest.

Il a fait ses études à l'école primaire de Moroeni et celles secondaires à Bucarest. Après le baccalauréat, il devient étudiant à l'Université de Bucarest où, en 1925, il passe les licences ès mathématiques et sciences physiques et chimiques, ayant des professeurs d'élite, dont D. Pompeiu, Gh. Țițeica, O. Onicescu. En 1927, N. Ciorănescu obtient une bourse d'étude à Paris, où il passe de nouveau sa licence à la Sorbonne, ayant comme professeurs : M. Goursat, A. Denjoy, E. Picard, E. Borel, J. Hadamard.

A partir de 1928 il obtient des résultats sur les équations aux dérivées partielles, il met au point une méthode originale d'étude des systèmes des équations aux dérivées partielles du second ordre, basée sur la notion du "système adjoint aux paramètres", qui lui appartient.

Il communique ses résultats à M.G. Bouligand qui l'encourage : "J'ai dit à M. Villat tout le bien que je pensais de votre méthode de  $\lambda$ -adjonction et je suis convaincu que votre résultat est d'importance capitale". (Lettre de Poitiers, décembre 1928).

Bientôt ses résultats sont connus et appréciés par E. Picard, J. Hadamard, P. Montel et H. Villat. En janvier 1929, H. Villat lui écrit : "L'effort que vous avez déjà réalisé semble plus que suffisamment pourvu des résultats intéressants pour que votre thèse soit virtuellement un état".

En 1929 N. Ciorănescu passe le doctorat ès mathématiques à la Sorbonne devant une commission présidée par Paul Montel, ayant comme membres Henri Villat et Georges Bouligand, avec la thèse "Le problème de Dirichlet pour les systèmes d'équations aux dérivées partielles du second ordre".

De retour au pays, N. Ciorănescu est promu en 1929 maître de conférences à la chaire de mathématiques générales à l'École Polytechnique de Bucarest ; en 1941 il est nommé professeur à la chaire de Géométrie analytique et en 1943 professeur à la chaire d'Analyse mathématique où il a enseigné jusqu'à son mort survenue en 1957, à cause d'une maladie cardiaque.

Pendant sa vie, N. Ciorănescu a publié plus de 100 travaux dans le domaines des équations aux dérivées partielles, de la théorie des fonctions et de la mécanique.

Il a élaboré de nombreux travaux pour les élèves et les étudiants. À cet égard on peut mentionner les manuels pour les lycées (en collaboration avec M. Ghițescu et D. Focșa), une "Astronomie pour tous", des articles pour la *Gazette Mathématique*, des travaux popularisant la vie scientifique des savants roumains (comme Gh. Tzitzéica), des études comme

---

<sup>1</sup> This text is the Introduction in French to the volume NICOLAE CIORĂNESCU - Opera matematică. Editura Academiei R.S. România, București, 1975, 15-18.

"Les mathématiques et la culture" ou "Le problème de l'enseignement des mathématiques supérieures".

Ses œuvres didactiques les plus importants sont : "*Cours d'algèbre et d'analyse mathématique*" (1955), complété par : "*Recueil de problèmes d'algèbre et d'analyse mathématique*" (en collaboration avec M. Roşculeţ - 1959) et "*Traité de mathématiques spéciales*" (1962). Comme pédagogue il a formé du point de vue mathématique plus de 25 promotions d'ingénieurs.

N. Ciorănescu a su accorder avec succès son activité de recherche mathématique avec l'activité sociale. Membre de la *Gazette Mathématique* et membre de la "Société Roumaine des Sciences", section mathématique, où en 1936 il a été élu président, il a été aussi membre de l'Académie des Sciences de Roumanie. En 1944 il a été recteur de la Polytechnique de Bucarest. Après 1946 N. Ciorănescu, malgré sa maladie, a continué à aider et diriger les étudiants et les jeunes assistants. Par ses interventions et ses suggestions il a réussi à résoudre des nombreux problèmes difficiles d'administration et d'organisation de l'enseignement polytechnique.

Depuis 1948, du moment de la création de l'Institut de Mathématiques de l'Académie il a été membre de cet Institut.

N. Ciorănescu a publié environ 128 travaux dans le domaine des mathématiques. Ce volume présente 85 de ses travaux en laissant à part les travaux de caractère didactique. Une grande partie des idées de son œuvre peuvent servir aux jeunes mathématiciens comme source d'inspiration, ce qui confirme que le développement actuel des mathématiques ne fait que souligner la fécondité et l'utilité de beaucoup des notions et de méthodes introduites par nos prédécesseurs.

Nous signalons ici quelques idées de valeur, en insistant surtout sur les notions appartenant à N. Ciorănescu, comme : système adjoint aux paramètres, dérivée polydimensionnelle orientée, coefficients harmoniques pour une fonction analytique réelle, pseudo-module.

## I. ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES ET DIFFÉRENTIELLES

### a) *Systèmes d'équations aux dérivées partielles du second ordre*

N. Ciorănescu commence l'étude du problème de Dirichlet pour tels systèmes en 1928 et dans sa thèse il le résoud par l'introduction du système adjoint : "On trouve dans ce qui suit la notion d'adjonction traitée de deux manières différentes, qui présentent à différents titres de l'intérêt pour la théorie ; la première, quoiqu'elle ne se prête pas à un algorithme simple dans le cas d'un nombre quelconque d'équations, peut présenter certain intérêt dans des cas particuliers. La seconde apparaît comme la généralisation naturelle de la méthode d'adjonction de Lagrange et Darboux" [5].

Il reprend la première méthode d'adjonction de [8] sur la classe des systèmes qu'il appelle "mono-adjoints". La seconde méthode d'adjonction, "l'adjonction paramétrique", s'est montrée être la plus générale et la plus simple méthode d'adjonction ; il l'applique aussi dans [6] et [10] aux systèmes de deux équations aux dérivées partielles du second ordre, du

type hyperbolique, pour la résolution du problème de Cauchy. Il introduit les "fonctions de Riemann" pour ce type de système ; elles jouent le même rôle que la fonction de Riemann pour une seule équation du type hyperbolique et sont l'analogue des "fonctions de Green généralisées" considérés par l'auteur dans sa thèse pour les systèmes elliptiques. Ce même type de problèmes est repris par I. Elianu pour les systèmes avec un nombre quelconque d'équations.

b) *Équations aux dérivées partielles*

Dans [23] et [28], N. Ciorănescu considère pour une équation aux dérivées partielles du second ordre et du type hyperbolique des conditions initiales qui généralisent les problèmes de Darboux-Picard, Picard et Goursat. Dans la plupart de ses travaux dans ce domaine, N. Ciorănescu est préoccupé à donner des formules de représentation pour des solutions : [77, 78, 79, 81].

c) *Équations différentielles*

Dans [20] et [22] il étudie une équation différentielle d'ordre  $n$  avec des conditions initiales, pour la fonction cherchée et ses dérivées, représentables par des intégrales de Stieltjes.

En partant de l'intégration des certaines équations différentielles linéaires il étudie, dans [38] et [39], des équations intégrales qui généralisent l'équation de Volterra et donne quelques résultats de régularité pour les solutions.

## II. THÉORIE DES FONCTIONS

Dans quelques de ses travaux, N. Ciorănescu donne des généralisations des polynômes de Legendre ([32] et [37]) ou des fonctions de Bessel ([81] et [82]). Il s'occupe aussi de généralisations de la première formule de moyenne à l'aide des polynômes de Tchebychev ([61], [62] et [65]), ainsi qu'à l'aide des intégrales multiples ([63], [69], [72]).

En ce qui concerne les fonctions de variable complexe, N. Ciorănescu donne dans [42], [46] et [47] un algorithme pour le développement en série d'une fonction analytique qui permet le calcul des majorantes des modules des coefficients de cette série.

Ses résultats les plus importants concernant les fonctions sont les suivants : Dans [43], en partant de la notion de dérivée polydimensionnelle de K. Bögel, N. Ciorănescu introduit un nouvel opérateur, nommé "dérivée polydimensionnelle orientée" qui peut être utilisée entre autres par la définition de la monogénéité à des polynômes aréolaires comme dans [45]. Des recherches dans cette direction ont été poursuivies par M. Roşculeţ.

Dans [51] et [52] il donne une représentation remarquable d'une fonction analytique de variables réelles  $x, y$ ) par une série de puissances du carré de la distance de ce point à un point fixé, les coefficients de cette série étant des fonctions harmoniques ; il les appelle "coefficients harmoniques" de la fonction. Ce résultat généralise les développements donnés par Almansi et M. Nicolescu.

Il introduit de même la notion de pseudo-module pour lequel il donne un théorème de type Liouville.

Dans [54] et [55] il utilise son développement pour résoudre l'équation de la déforma-

tion des plaques élastiques, aux données analytiques. Il continue ses recherches dans cette direction dans [46], [57], [59] et [60], en envisageant de la même manière les développements en série attachés aux solutions de l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0.$$

Dans [71] et [72] des résultats sont présentés pour le cas des fonctions analytiques de plusieurs variables réelles ; ces résultats ont été continués par I. Elianu.

### III. MÉCANIQUE

N. Ciorănescu a abordé (outre sa thèse qui a des origines mécaniques) des problèmes de la mécanique des fluides [11], de la déformation des plaques élastiques [54] et [55], des mouvements balistiques [67], [68]. Quelques résultats ont été ensuite généralisés par Caius Iacob et G. Dincă.

La seule monographie présentée dans ce volume, " *Les équations de la mécanique analytique*" [62], exemple de précision et concision, est encore très utile aux jeunes chercheurs.

Mathématicien avec une remarquable activité scientifique, N. Ciorănescu a continué avec honneur la tradition mathématique créée à l'Institut Polytechnique par ses professeurs : Tr. Lalescu, D. Emanuel, Gh. Tzitzéica et D. Pompeiu.

### LISTE SÉLECTIVE DES TRAVAUX DE N. CIORĂNESCU

5. Le problème de Dirichlet pour les systèmes d'équations aux dérivées partielles du second ordre. *Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris* pour obtenir le degré de docteur ès sciences mathématiques no 2063, Gauthier-Villars, Paris, 1929, 60 pp.

6. La méthode de Riemann pour les systèmes d'équations du second ordre. *L'Enseignement Math.*, Paris, **XXVIII**, 1929, 219-223.

8. Sur le problème de Dirichlet pour les systèmes linéaires d'équations aux dérivées partielles du second ordre et du type elliptique. *Bul. Soc. Științe Cluj*, **V**, 1<sup>re</sup> partie, 1930, 273-278 ; voir aussi *Mathematica*, Cluj, **IV**, 1930, 67.

10. La résolution du problème de Cauchy pour un système d'équations du second ordre par la méthode de Riemann. *Mathematische Zeitschrift*, **32**, 1930, 481-490.

11. Sur certains problèmes inverses relatifs au potentiel. *C.R. Acad. Sci. Paris*, **190**, 1930, 707-709.

20. Sur l'intégration des équations différentielles linéaires avec des conditions initiales linéaires les plus générales. *Bul. Fac. Științe Cernăuți*, **V**(1), 1931, 99-117.

22. Sur les conditions linéaires dans l'intégration des équations différentielles ordinaires. *Mathematische Zeitschrift*, **34**, 1932, 603-608.

23. Nouveaux problèmes sur les équations aux dérivées partielles du second ordre et du type hyperbolique. *C.R. Acad. Sci. Paris*, **194**, juin 1932, 2113-2117.

28. Quelques nouvelles conditions initiales pour l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre et du type hyperbolique. *Mathematica*, Cluj **VI**, 1932, 152-169 ; voir aussi *Bul. Soc. Științe Cluj*, 1932, 553-570.

32. Sur une nouvelle généralisation des polynômes de Legendre. *Acta Mathematica*, Uppsala, **61**, 135-148.

37. Sur une classe de polynômes à un paramètre généralisant les polynômes de Legendre. *Bull. Math. de la Soc. Roumaine des Sci.*, Bucarest, **36**(1), 1934, 27-28.

38. L'équation intégrale linéaire à limites variables et à un paramètre. *Bull. Math. de la Soc. Roumaine des Sci.*, Bucarest, **37**(1), 1935, 13-22.

39. Sur l'équation intégrale linéaire à limites fixes et à un paramètre. *Bull. des Sci. Math. Paris*, 1934 ; voir aussi *Rendiconti del seminario Matematico della R. Università di Padova*, **V**, 1934.

42. Sur le développement d'une fonction analytique de fonction analytique et sur quelques conséquences. *C.R. Acad. Sci. Paris*, **200**, 1935, 627-629.

43. Sur les dérivées polydimensionnelles d'une fonction de plusieurs variables. *L'Enseignement Math.*, **XXXIV**, 1935, 220-227.

45. Sur la définition de la monogénéité et les fonctions monogènes aréolairement. *Mathematica*, Cluj **XII**, 1936, 26-30.

46. Un algorithme pour le développement d'une fonction analytique de fonction analytique. *Bull. des Sci. Math. Paris*, **LX**, 1936, 1-43.

47. Sur les zéros des fonctions méromorphes et de certaines classes de polynômes. *Bull. Math. de la Soc. Roumaine des Sci.*, Bucarest, **38**, 1936, 9-11.

51. Sur la représentation en suites de fonctions polyharmoniques de plusieurs variables réelles. *Bull. des Sci. Math. de France*, **LX**, 1937, 41-52.

52. Sur les fonctions analytiques de deux variables réelles. *Bull. Math. de la Soc. Roumaine des Sci.*, Bucarest, **38**, 1936, 63-70.

54. Sur la déformation des plaques élastiques dans le cas des données analytiques. *C.R. Acad. Sci. Paris*, **205**, 1937, 215-217.

55. Sur la déformation des plaques sous l'action des charges non uniformes. *Bull. de l'Ecole Polyt. de Bucarest*, **VIII**, 143-149.

57. Sur les coefficients harmoniques d'une fonction analytique de deux variables réelles. *Bull. Math. de la Soc. Roumaine des Sci.*, Bucarest, **39**(2), 1937, 63-70.

59. Sur une représentation des fonctions analytiques de plusieurs variables réelles. *Bull. Math. de la Soc. Roumaine des Sci.*, Bucarest, **40**(1-2), 1938, 131-134.

60. Sur les fonctions de deux variables réelles douées d'analyticité hyperbolique et leurs applications. *Mathematica*, Cluj, **XIV**, 1938, 180-189.
61. Une généralisation de la première formule de la moyenne et les polynômes de Tchebychev. *C.R. Acad. Sci. Paris*, **206**, 1938, 1782-1784.
62. Ecuatiile Mecanicii Analitice (monografie), Academia Română, 1938.
63. Quelques formules de moyenne. *Bull. de l'Ecole Polyt. de Bucarest*, **X**, 1938-39 (1,2,3), 1939, 27-31.
65. La généralisation de la première formule de la moyenne. *L'Enseignement Math.*, Genève, **37**(5,6), 1938, 292-302.
67. Sur les propriétés générales des mouvements balistiques. *Bull. de la Sect. Sci. de l'Acad. Roum.*, Bucarest, **XXII**(10), 1940, 466-472.
68. Le mouvement d'un point matériel dans un milieu résistant sous l'action d'une force centrale. *Bull. de la Sect. Sci. de l'Acad. Roum.*, Bucarest, **XXIII**(3), 1940, 127-131.
69. Quelques formules de moyenne et quelques inégalités entre les valeurs moyennes des fonctions monotones. *Bull. de l'Ecole Polyt. de Bucarest*, **XII** (1-2), 1941.
71. Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables réelles. *An. Acad. Rom. - Mem. Secțiilor Șt.*, sér. III, **XIX**(10), 1944, 39.
72. Une nouvelle formule de moyenne intégrro-différentielle. *Bull. Math. de la Soc. Roumaine des Sci.*, Bucarest, **46**(1-2), 1944, 3-8.
77. Structura simbolică sau analitică a integralei generale a unor ecuații cu derivate parțiale de ordinul al doilea cu coeficienți constanți. *Bul. șt. Acad. R.P.R.*, seria A, mat. - fiz. - chim., **I**(5), 1949, 439-448.
78. Integrarea unei ecuații liniare cu derivate parțiale și coeficienți constanți, de ordin oarecare. *An. Acad. R.P.R.*, secția mat. - fiz., **II**(19), 1949, 497-504.
79. Soluțiile regulate ale unor ecuații diferențiale liniare de ordinul al doilea cu coeficienți variabili. *Bul. șt. Acad. R.P.R.*, seria A, mat. - fiz. - chim., **I**(8), 1949, 725-731.
81. O clasă de ecuații cu derivate parțiale de ordinul al doilea, integrabile prin sisteme de ecuații diferențiale liniare ordinare. *Studii și Cercetări Matematice*, **V**(3-4), iulie-dec. 1954, 351-360.
82. O generalizare a funcțiilor lui Bessel și aplicațiile lor la integrarea unor ecuații liniare cu derivate parțiale de ordin oarecare. *Bul. șt. Acad. R.P.R.*, seria A, mat. - fiz. - chim., **VI**(3), 1954, 499-511.